

## Normas equivalentes en los espacios funcionales $L^p(\mathbb{R}^+)$ y $Ces_p(\mathbb{R}^+)$

ACHRAF BEN SAID

Departamento de Análisis Matemático y Matemática Aplicada, Universidad Complutense de Madrid

achbensa@ucm.es

### Resumen.

Sea  $1 < p < \infty$ . El espacio de Cesàro  $Ces_p(\mathbb{R}^+)$  está formado por las funciones  $f$  tales que

$$\|H|f|\|_p < \infty,$$

donde  $H$  es el operador de Hardy, definido por  $Hf(x) = \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt$ . Por la desigualdad de Hardy (véase [6]), se tiene la inclusión

$$L^p(\mathbb{R}^+) \subset Ces_p(\mathbb{R}^+),$$

siendo esta inclusión estricta. Una línea de investigación de gran interés consiste en encontrar normas equivalentes a las normas usuales en los espacios  $L^p(\mathbb{R}^+)$  y  $Ces_p(\mathbb{R}^+)$  dando las mejores constantes en dichas equivalencias (véase, por ejemplo, [3, 4, 5, 7, 10, 8]).

En esta charla, presentaremos nuestras contribuciones recientes (contenidas en [1] y [2]) y que son parte de mi tesis doctoral, así como algunos problemas abiertos dentro de estos temas.

**Palabras clave:** Optimal Constants; Hardy's inequalities; Hardy's Operator; Cesàro Spaces.

### Referencias

- [1] A. Ben Said, S. Boza, J. Soria (2024). The norm of Hardy-type oscillation operators in the discrete and continuous settings. Preprint.
- [2] A. Ben Said, Sinnamon (2025). G. Best bounds for the dual Hardy operator minus identity on decreasing functions. *Ann. Mat. Pura Appl.* <https://doi.org/10.1007/s10231-025-01606-8>.
- [3] S. Boza, J. Soria (2011). Solution to a conjecture on the norm of the Hardy operator minus the Identity. *J. Funct. Anal.*, 260, 1020–1028.
- [4] S. Boza, J. Soria (2023). The norm of the Cesàro's operator minus identity and related operators acting on decreasing sequences. *J. Approx. Theory*, 292.
- [5] S. Boza, J. Soria (2019). Averaging operators on decreasing or positive functions: Equivalence and optimal bounds. *J. Approx. Theory*, 237, 135–152.
- [6] G. H. Hardy (1920). Note on a theorem of Hilbert. *Mathematische Zeitschrift*, 6, 314–317.
- [7] V. I. Kolyada (2014). Optimal relationships between  $L^p$ -norms for the Hardy operator and its dual. *Ann. Mat. Pura Appl.*, 193, 423–430.
- [8] N. Kruglyak, E. Setterqvist (2008). Sharp estimates for the identity minus Hardy operator on the cone of decreasing functions. *Proc. Am. Math. Soc.*, 136, 2005–2013.

- 
- [9] G. Sinnamon (2022). Norm of the discrete Cesàro operator minus identity. *Math. Inequal. Appl.*, 25, 41–48.
- [10] M. Strzelecki (2020). Hardy’s operator minus identity and power weights. *J. Funct. Anal.*, 279, 108532, 34 pp.

**Agradecimientos.** Trabajo en colaboración con S. Boza, J. Soria y G. Sinnamon. Proyecto parcialmente financiado por el proyecto PID2020-113048GB-I00 (MCIN/ AEI/10.13039/501100011033).

Indicar la preferencia (subrayar la opción elegida): póster o charla.

Indicar la preferencia (subrayar la opción elegida): Lunes/Martes o Jueves/Viernes.