

## Teoría distribucional límite para el transporte óptimo

EUSTASIO DEL BARRIO

Instituto de Matemáticas (IMUVa), Universidad de Valladolid

eustasio.delbarrio@uva.es

**Resumen.** El problema de transporte óptimo (TO) es un problema de asignación de recursos con aplicaciones en biología, ciencia de datos, economía y estadística, entre otras disciplinas. En algunas de estas aplicaciones, se tiene acceso a muestras que aproximan medidas continuas. Las cantidades de interés derivadas del TO –planes, aplicaciones y costes– sólo están disponibles, por tanto, en sus versiones empíricas. La inferencia estadística en TO tiene como objetivo encontrar intervalos de confianza para planes, aplicaciones y costes poblacionales, y esto se basa en el conocimiento aproximado (a través de teoremas centrales del límite, TCLs) de las distribuciones subyacentes de esas versiones empíricas.

Las primeras investigaciones sobre el tema se centraron en medidas en la recta real, basándose en la representación cuantíl de los plans de TO (véase [1, 2]). En los últimos años, este tema ha suscitado un interés creciente en la comunidad estadística, motivado en gran medida por la explosión de técnicas computacionales desarrolladas en torno al transporte óptimo entrópico y el algoritmo de Sinkhorn (véase [5]). Una técnica de linealización introducida en [4] proporciona CLT para el coste de transporte en dimensión general, también para el coste entrópico. Herramientas adicionales de la teoría de procesos empíricos permiten tratar otros objetos de interés (mapas y planes óptimos).

En esta charla ofreceré una revisión exhaustiva de los resultados más influyentes en este campo de investigación, subrayando su uso en algunas de las aplicaciones. Por último, proporcionaré una breve lista de problemas abiertos.

**Palabras clave:** Transporte óptimo; Teorema central del límite; Distancia de Wasserstein.

### Referencias

- [1] E. del Barrio, J. Cuesta-Albertos, C. Matrán, J. Rodríguez-Rodríguez. (1999). Tests of goodness of fit based on the L2-Wasserstein distance. *Ann. Statist.*, 27, 1230–1239.
- [2] E. del Barrio, E. Giné, and C. Matrán. (1999). Central limit theorems for the Wasserstein distance between the empirical and the true distributions. *Ann. Probab.*, 27, 1009–1071.
- [3] E. del Barrio, A. González-Sanz, J. M. Loubes, D. Rodríguez-Vítóres (2025). Distributional limit theory for optimal transport. <https://arxiv.org/pdf/2505.19104>.
- [4] E. del Barrio, J. M. Loubes. (2019). Central limit theorems for empirical transportation cost in general dimension. *Ann. Probab.*, 47, 926–951 .
- [5] M. Cuturi. (2013). Sinkhorn distances: Lightspeed computation of optimal transport. *Proc. International Conference on Neural Information Processing Systems*, 2, 2292–2300.

**Agradecimientos.** Trabajo en colaboración con Alberto González Sanz, Jean-Michel Loubes y David Rodríguez Vítóres y parcialmente financiado por PID2021-128314NB-I00, MCIN/AEI/10.13039/501100011033/FEDER.