

Esferas con curvaturas predeterminadas

JOSÉ ANTONIO GÁLVEZ

Departamento de Geometría y Topología, IMAG, Universidad de Granada.

jagalvez@ugr.es

Resumen. Un problema fundamental en geometría diferencial clásica es el estudio de las superficies en R^3 que cumplen una relación predeterminada $F(k_1, k_2, N) = 0$ entre sus curvaturas principales k_1, k_2 y su normal unitario N . En particular, los problemas clásicos de Christoffel, Minkowski y de curvatura media predeterminada caen en esta clase. En esta charla nos centraremos en diferentes resultados de unicidad relacionados con el problema anterior.

En particular, resolvemos completamente una conjetura de Alexandrov demostrando que si un ovaloide en R^3 cumple una relación elíptica del tipo $F(k_1, k_2, N) = 0$, entonces cualquier otra esfera inmersa en R^3 que cumpla la misma relación es una traslación de dicho ovaloide. También resolveremos un antiguo problema de H. Hopf, mostrando que las esferas métricas son las únicas esferas topológicas inmersas en R^3 cumpliendo una desigualdad cuasiconforme entre sus curvaturas principales.

Palabras clave: Superficies de curvaturas predeterminadas; EDPs elípticas; Aplicaciones cuasiconformes.

Referencias

- [1] A. D. Alexandrov (1956). Uniqueness theorems for surfaces in the large. *Vestnik Leningrad Univ.*, 11, 5–17.
- [2] J. A. Gálvez, P. Mira (2016). A Hopf theorem for non-constant mean curvature and a conjecture of A. D. Alexandrov. *Math. Ann.*, 366, 909–928.
- [3] J. A. Gálvez, P. Mira (2020). Uniqueness of immersed spheres in three-manifolds. *J. Differential Geom.*, 116, 459–480.
- [4] J. A. Gálvez, P. Mira (2021). Rotational symmetry of Weingarten spheres in homogeneous three-manifolds. *J. Reine Angew. Math.*, 773, 21–66.
- [5] J. A. Gálvez, P. Mira (2025). Linearity of homogeneous solutions to degenerate elliptic equations in dimension three. *J. Eur. Math. Soc.*, to appear.
- [6] J. A. Gálvez, P. Mira, M. P. Tassi (2022). A quasiconformal Hopf soap bubble theorem. *Calc. Var. & PDEs*, 61, 20pp.
- [7] J. A. Gálvez, P. Mira, M. P. Tassi (2024). Analytic saddle spheres in S^3 are equatorial. *Math. Ann.*, 389, 3865–3884.
- [8] H. Hopf (1989) *Differential Geometry in the Large*. Lecture Notes in Mathematics, vol. 1000.

Agradecimientos. Proyecto parcialmente financiado por PID2020-118137GB-I00, PID2024-160586NB-I00 y CEX2020-001105-M.