# Álgebras no Asociativas

**Equipo organizador**

- Alejandra Sarina Córdova Martínez (Universidad de Málaga)
- Irene Paniello Alastruey (Universidad de Zaragoza)

**Descripción**

Las álgebras no asociativas incluyen a las álgebras de Lie, las álgebras de Jordan y a las álgebras genéticas, entre otras muchas. Todas estas estructuras son muy importantes por sus aplicaciones en física, geometría y teoría de operadores. En esta sesión se incluyen charlas muy variadas, y que abarcan las distintas familias de álgebras mencionadas anteriormente. El objetivo de esta sesión es dar a conocer los avances más recientes en este campo, sus aplicaciones y fomentar futuras colaboraciones.

**Palabras clave:** Álgebras no asociativas; Lie; Jordan; álgebras genéticas.

# Programa

LUNES, 19 de enero

| | |
|---|---|
| 15:30 – 16:00 | Francisco de Paula Cuenca Carrégalo (Universidad de Málaga)<br>*Álgebras grupo generalizadas* |
| 16:00 – 16:30 | Yolanda Cabrera Casado (Universidad de Málaga)<br>*Space of derivations in some evolution algebras* |
| 16:30 – 17:00 | Irene Paniello (Universidad de Zaragoza)<br>*Skewed comultiplications in genetic coalgebras* |
| 17:00 – 17:30 | Andrés Pérez Rodríguez (Universidade de Santiago de Compostela)<br>*Deformando álgebras de evolución* |

MARTES, 20 de enero

| | |
|---|---|
| 11:00 – 11:30 | Esther García González (Universidad Rey Juan Carlos)<br>*Álgebras de Leibniz y estructuras Jordan relacionadas* |
| 11:30 – 12:00 | Alberto Daza García (Universidad de Sevilla)<br>*Esquemas de automorfismos de pares de Jordan de tipo I y IV* |
| 12:00 – 12:30 | Alejandra S. Córdova Martínez (Universidad de Málaga)<br>*Automorphism group schemes of Kantor pairs of associative central simple structurable algebras* |
| 15:30 – 16:00 | Xabier García Martínez (Universidad de Santiago de Compostela)<br>*The invariant ring of pairs of matrices* |
| 16:00 – 16:30 | Rosa María Navarro (Universidad de Extremadura)<br>*Solvable compatible Lie algebras with a given nilradical* |
| 16:30 – 17:00 | Cristina Draper (Universidad de Málaga)<br>*Contracciones graduadas de álgebras de Lie de tipo E* |
| 17:00 – 17:30 | Pilar Benito (Universidad de La Rioja)<br>*Álgebras de Lie cuadráticas: desde las nilpotentes a las mixtas* |
| 18:00 – 18:30 | Antonio Jesús Calderón (Universidad de Cádiz)<br>*Sobre la estructura de las álgebras con bases multiplicativas* |
| 18:30 – 19:00 | Alicia Tocino (Universidad de Málaga)<br>*Connecting (maximal) ideals in evolution algebras with (maximal) hereditary subsets of its associated graph* |

# Álgebras grupo generalizadas

Francisco de Paula Cuenca Carrégalo, Cristina Draper Fontanals

Departamento de Álgebra, Geometría y Topología, Universidad de Málaga

fcuenca@uma.es

***Resumen.*** Un álgebra grupo generalizada es una estructura algebraica que generaliza todas las álgebra grupo torcido $\mathbb{F}^\sigma[G]$, donde $\mathbb{F}$ es un cuerpo, $G$ un grupo y $\sigma\colon G\times G \longrightarrow \mathbb{F}$ es una aplicación. Por tanto, este concepto engloba importantes ejemplos de álgebras como las álgebras grupo, álgebras octoniónicas, álgebras de Clifford o el álgebra de Albert. Esta generalización se consigue reemplazando el cuerpo base por un espacio vectorial. Entre los primeros ejemplos de álgebras grupo generalizadas nos encontramos álgebras de Lie de tipo $G_2$, $B_3$, $D_4$ y $F_4$ utilizando como grupo graduador $\mathbb{Z}_2^3$ ([3, 1, 2]). A priori, esta nueva noción no parece tener propiedades interesantes, sin embargo resulta dar un enfoque en el cual conceptos como las representaciones, la trialdad, etc. se vuelven más fáciles de entender. Especialmente, la búsqueda de bases ortogonales compuestas de elementos semisimples se vuelve más sencilla. Una de las propiedades más interesantes de esta estructura es que la propia definición está centrada en el grupo, lo que permite "variar"de forma sencilla la multiplicación de elementos dependiendo de sus grados, haciendo esto que sea un objeto idóneo para aplicar, por ejemplo, contracciones graduadas.

## Referencias

[1] F. Cuenca, C. Draper (2025). New Lie algebras over $\mathbb{Z}_2^3$. *arXiv preprint arXiv:2501.02492*.

[2] F. Cuenca, C. Draper (2025). Real forms of type $F_4$ as generalized group algebra over the group $\mathbb{Z}_2^3$ [Manuscript in preparation].

[3] C. Draper (2024). The compact exceptional Lie algebra $\mathfrak{g}_2^c$ as a twisted group algebra, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 152(09), 3679-3688.

**Agradecimientos.** Trabajo en colaboración con Cristina Draper Fontanals. Proyecto parcialmente financiado por PID2023-152673GB-I00.

# Space of derivations in some evolution algebras.

Yolanda Cabrera Casado, Paula Cadavid, Tiago Reis, Mary Luz Rodiño Montoya, Pablo M. Rodriguez

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Málaga

yolandacc@uma.es

***Resumen.*** We study the space of derivations for some finite-dimensional evolution algebras depending on an associated directed graph. Our results suggest how strongly the associated graph's structure impacts in the characterization of derivations for a given evolution algebra. We also advance in describing the derivations for n-dimensional Volterra evolution algebras.

## Referencias

[1] Alsarayreh A.,Qaralleh I., Ahmmad M. Z. (2017) Derivation of three dimensional evolution algebras. *JP J. Algebra Number Theory Appl.*, No. 39(4):425-444.

[2] Cabrera Casado Y., Cadavid P., Rodiño Montoya M. L., Rodríguez P.M. (2021). On the characterization of the space of derivations in evolution algebras. *Annali di Matematica Pura ed Applicata.* (1923 -) 200:737–755.

[3] Cabrera Casado, Y., Cadavid, P., Reis, T. (2023). Derivations and loops of some evolution algebras. *Rev. Real Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat. Ser. A-Mat.* 117, 119.

[4] Cadavid P., Rodiño Montoya M. L. and Rodriguez P. M. (2020). Characterization theorems for the space of derivations of evolution algebras associated to graphs. *Linear Multilinear Algebra.* **68** n.7: 1340-1354.

[5] Camacho L. M., Gómez J. R., Omirov B. A., Turdibaev R. M. (2013). The derivations of some evolution algebras. *Linear Multilinear Algebra.* 61:309-322.

[6] Cardoso M.I., Gonçalves D., Martín D., Martín C., Siles Molina M. (2021). Squares and associative representations of two dimensional evolution algebras. *J. of Algebra and Its Appl.*. 20; 06: 2150090.

**Agradecimientos.** Trabajo en colaboración con Paula Cadavid, Tiago Reis, Mary Luz Rodiño Montoya y Pablo M. Rodriguez.

# Skewed comultiplications in genetic coalgebras

Irene Paniello

Departamento de Matemáticas, Universidad de Zaragoza

ipaniello@unizar.es

***Resumen.*** After reviewing the classical notion of isotopy in the setting of nonassociative algebras, we will discuss different ways of translating this notion to noncoassociative coalgebras arising when studying genetic processes. To do this, we will consider genetic coalgebras whose comultiplications, equivalently, their associated cubic stochastic matrices, are skewed by the simultaneous action of three square stochastic matrices.

**Agradecimientos.** Partially supported by grant PID2021-123461NB-C21, funded by MCIN/AEI/10.13039/501100011033 and by "ERDF A way of making Europe" and grant E22-23 Álgebra y Geometría, Gobierno de Aragón.

# Deformando álgebras de evolución

Andrés Pérez-Rodríguez, Abdenacer Makhlouf

Departamento de Matemáticas, Universidade de Santiago de Compostela

andresperez.rodriguez@usc.es

***Resumen.***
Las *deformaciones* fueron introducidas por Gerstenhaber en [1] para álgebras asociativas, y más adelante generalizadas a otras estructuras algebraicas, principalmente álgebras de Lie, por Nijenhuis y Richardson en [2]. De manera informal, una deformación de una estructura algebraica $\mathcal{A}$ con producto $\mu$ consiste en construir un nuevo producto $\mu_t$ sobre el espacio de series formales $\mathcal{A}[[t]]$ de la forma

$$\mu_t = \mu + \sum_{i \geq 1} \mu_i t^i,$$

donde cada $\mu_i$ es una aplicación bilineal en $\mathcal{A}$. El objetivo de la teoría de deformaciones es estudiar cómo estas nuevas multiplicaciones, *a priori* más complejas, enriquecen o modifican la estructura original.

El principal objetivo de esta charla es explorar las deformaciones en el contexto de *álgebras de evolución*, estructuras conmutativas pero no asociativas introducidas por Tian y Vojtěchovský en [3] en el año 2006. No obstante, si el tiempo lo permite, también comentaremos algunos resultados sobre *degeneraciones* en este tipo de álgebras, proceso que, al contrario que las deformaciones, tiende a simplificar la estructura algebraica, haciéndola a menudo más abeliana.

## Referencias

[1] M. Gerstenhaber (1964). On the deformation of rings and algebras. *Ann. of Math.*, 79, 59–103.

[2] A. Nijenhuis, R. W. Richardson, Jr. (1967). Deformations of Lie algebra structures. *J. Math. Mech.*, 17, 89–105.

[3] J. P. Tian, P. Vojtěchovský (2006). Mathematical concepts of evolution algebras in non-Mendelian genetics. *Quasigroups Related Systems*, 14, 111–122.

**Agradecimientos.** El ponente ha sido parcialmente financiado por la Agencia Estatal de Investigación (España), mediante el proyecto PID2020-115155GB-I00 (incluyendo fondos europeos FEDER), por la Xunta de Galicia a través del programa de Grupos de Referencia Competitiva (GRC), subvención ED431C 2023/31, así como por el contrato predoctoral FPU21/05685 y la ayuda para estancias breves EST25/00293, ambas del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades (España). Esta investigación es el resultado de una estancia de Andrés Pérez-Rodríguez en Mulhouse (Francia). El ponente agradece sinceramente al Département de Mathématiques, IRIMAS, Université de Haute-Alsace por su cálida acogida y hospitalidad.

# Álgebras de Leibniz y estructuras Jordan relacionadas

E. García

Departamento Matemática Aplicada, Ciencia e Ingeniería de Materiales y Tecnología Electrónica, Universidad Rey Juan Carlos

esther.garcia@urjc.es

***Resumen.*** En este trabajo introducimos la noción de dipar de Jordan, y comprobamos que coincide con la estructura algebraica formada los extremos de una álgebra de Leibniz con una $\mathbb{Z}$-graduación finita. Recíprocamente, damos una construcción de tipo Tits-Kantor-Koecher (TKK) para obtener un álgebra de Leibniz 3-graduada a partir de cualquier dipar de Jordan, extendiendo la construcción TKK realizada por Gubarev y Kolesnikov para diálgebras de Jordan. Definimos también homótopas de dipares de Jordan en elementos y, gracias a la construcción TKK, probamos que las homótopas de los dipares de Jordan en elementos son diálgebras de Jordan.

## Referencias

[1] E. García, M. Gómez Lozano, R. Muñoz Alcázar, G. Vera de Salas. Leibniz algebras and their connection to Jordan pair disystems. *Preprint*.

# Esquemas de automorfismos de pares de Jordan de tipo I y IV

Alberto Daza-Garcia, Diego Aranda Orna

Departamento de matemáticas aplicadas I, Universidad de Sevilla

adaza1@us.es

***Resumen.*** Los pares de Jordan son la estructura no asociativa que coordinatizan las álgebras 3-graduadas. Los pares de Jordan simples están clasificados en seis clases: cuatro especiales y dos excepcionales. En esta charla nos centramos en la clase de pares asociados matrices rectangulares (tipo I) y la clase de pares asociados a formas bilinares no degeneradas (tipo IV). El objetivo de la charla es calcular los esquemas de automorfismos de estos pares así como los de algunos triples de Jordan asociados.

## Referencias

[1] D. Aranda-Orna, A. Daza-Garcia (2024). Automorphism group schemes of special simple Jordan pairs of types I and IV. *J. Algebra*, 679, 67–85.

**Agradecimientos.** Trabajo financiado por la beca PID2021-123461NB-C21, financiada por MCIN/AEI/10.13039/ 501100011033 y por ERDF "A way of making Europe".

# Automorphism group schemes of Kantor pairs of associative central simple structurable algebras

Alejandra S. Córdova-Martínez, Diego Aranda-Orna, Alberto Daza-García

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Málaga

acordova@uma.es

***Resumen.*** Let $(\mathcal{A}, -)$ an associative algebra with involution which is central simple as an algebra with involution and the base field is algebraically closed with $char\mathbb{F} \neq 2$, then there are three possible cases up to isomorphism for such algebras. We have the orthogonal case, the symplectic case and unitary case.
In this talk we will define the three cases and we are going to find the associated Jordan pair of each algebra. We will remember the relation between associative algebras (which is a particular case of structurable algebras) and Jordan pairs using the TKK construction. Finally we are going to find the automorphism group schemes of the associated Kantor pairs of the algebras for each of the three cases.

## Referencias

[1] B.N. Allison, *A class of nonassociative algebras with involution containing the class of Jordan algebras*, Math. Ann. **237** (1978), 133–156.

[2] A. Elduque and M. Kochetov, *Gradings on simple Lie algebras*, Mathematical Surveys and Monographs **189**, American Mathematical Society, Providence, RI, 2013.

[3] M.A. Knus, A. Merkurjev, M. Rost and J.P. Tignol, *The Book of Involutions*, Colloquium Publications **44**., American Mathematical Society, 1998.

# The invariant ring of pairs of matrices

Xabier García Martínez

Departamento de Matemáticas, CITMAga & Universidade de Santiago de Compostela

xabier.garcia@usc.gal

***Resumen.*** Let us consider the action of the general linear group $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ on the direct product $\mathcal{M}_n^d$ of $d$ copies of $\mathcal{M}_n$ by simultaneous conjugation sending $(X_1, ..., X_d)$ to $(gX_1g^{-1}, \dots, gX_dg^{-1})$ for any $g \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$. This induces an action of $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ on the algebra $\mathbb{C}[\mathcal{M}_n^d]$ of polynomial functions on $\mathcal{M}_n^d$. The algebra of invariants under this action, $\mathbb{C}[\mathcal{M}_n^d]^{\mathrm{GL}_n}$, is an important object in several areas of mathematics.
In this talk we will explain how we used methods coming from non-associative algebras to obtain the full description of the case $\mathbb{C}[\mathcal{M}_4^2]^{\mathrm{GL}_4}$, which could not be solved using the standard representation theory methods. Moreover, we will talk about its connection with the Calogero-Moser spaces and the Hilbert scheme of points.

## Referencias

[1] F. Eshmatov, X. García-Martínez and R. Turdibaev (2025). Noncommutative Poisson structure and invariants of matrices. *Advances in Mathematics*, 469, 110212.

[2] F. Eshmatov, X. García-Martínez, T. Normatov and R. Turdibaev (2025). On the coordinate rings of Calogero-Moser spaces and the invariant commuting variety of a pair of matrices. *Results in Mathematics*, 80, Article 68.

[3] X. García-Martínez, T. Normatov and R. Turdibaev (2022). The ring of invariants of pairs of $3 \times 3$ matrices. *Journal of Algebra*, 603(1), 201–212.

**Agradecimientos.** Trabajo en colaboración con Farkhod Eshmatov, Rustam Turdibaev. Proyecto parcialmente financiado por PID2021-127075NA-I00.

# Solvable compatible Lie algebras with a given nilradical

R.M. Navarro, A. Fernández Ouaridi, B.A. Omirov, G.O. Solijanova

Departamento de Matemáticas, Área Matemática Aplicada, Universidad de Extremadura

rnavarro@unex.es

***Resumen.*** Throughout this work we show that under certain conditions the method for describing solvable Lie algebras with given nilradical by means of non-nilpotent outer derivations of the nilradical is also applicable to the case compatible Lie algebras

**Agradecimientos.** Este trabajo ha sido cofinanciado por la Unión Europea, el Fondo Europeo de Desarrollo Regional y la Junta de Extremadura, la Autoridad de Gestión y el Ministerio de Hacienda, a través del proyecto GR24068.

# Contracciones graduadas de álgebras de Lie de tipo $E$

Cristina Draper, Francisco Cuenca, Thomas Meyer

Departamento Álgebra, Geometría y Topología, Universidad de Málaga

cdf@uma.es

***Resumen.*** Las contracciones de álgebras de Lie tienen su origen en la física teórica, donde fueron introducidas en los años 50 por Segal, e independientemente por Inönü y Wigner, para describir límites entre teorías simétricas, como por ejemplo la transición del grupo de Poincaré al grupo de Galilei en el límite no relativista. A partir de los años 90, este proceso se reinterpreta en el ámbito algebraico como una deformación estructural del corchete de Lie mediante transformaciones lineales degeneradas. Las contracciones graduadas surgen como una generalización natural de esta idea en el contexto de álgebras $G$-graduadas, siendo la idea principal que durante el proceso de contracción todas las álgebras obtenidas continúen siendo $G$-graduadas, simplemente cambiando las constantes de estructura de modo uniforme al multiplicar componentes homogéneas fijas. Este concepto permite explorar relaciones estructurales entre clases no isomorfas pero graduadas por el mismo grupo. En nuestra línea de trabajo ([1, 2]) fijamos la graduación $\Gamma$ y obtenemos todas las clases tanto de isomorfía como de isomorfía graduada de las álgebras graduadas que pueden obtenerse a partir de $\Gamma$ mediante contracciones graduadas. Se pueden encontrar trabajos análogos tanto sobre álgebras (de Lie graduadas) simples, por ejemplo $\mathfrak{sl}_3$ o $\mathfrak{so}_5$, como sobre álgebras nilpotentes de dimensiones bajas, e incluso álgebras afines y superálgebras, aunque con menos resultados de clasificación. Además, al estudiar la serie de álgebras de Lie $\mathbb{Z}_2^3$-graduadas $\mathfrak{g}_2$, $\mathfrak{so}_7$ y $\mathfrak{so}_8$, todas ellas con graduaciones relacionadas con los octoniones, hemos dado un pequeño salto en cuanto a la dimensión del álgebra simple involucrada y de sus componentes homogéneas. Continuaremos esta línea de trabajo estudiando las contracciones graduadas de otra familia de $\mathbb{Z}_2^3$-graduaciones en las álgebras de Lie excepcionales de tipo $E$. Esto requiere un esfuerzo combinatorio previo para clasificar ciertos subconjuntos de ejes del plano de Fano bajo la relación de colinealidad ([3]). Dicha clasificación nos proporcionará los posibles soportes, permitiendo obtener familias muy extensas de álgebras de Lie no isomorfas mediante contracción graduada de $\mathbb{Z}_2^3$-graduaciones de álgebras de Lie excepcionales. Destacaríamos que ha sido posible estudiar las más de 800 álgebras obtenidas desde un punto de vista unificado y sorprendentemente sencillo, porque muchas de sus propiedades están determinadas por el soporte.

## Referencias

[1] C. Draper, T. Meyer and J. Sánchez Ortega (2023). Graded contractions of the fine $\mathbb{Z}_2^3$-grading on $\mathfrak{g}_2$. *Journal of Algebra*, 658, pp. 592–643.

[2] C. Draper, T. Meyer and J. Sánchez Ortega (2024). Graded contractions on the orthogonal Lie algebras of dimensions 7 and 8. *ArXiv preprint*, arXiv:2409.18069.

[3] C. Draper, T. Meyer and J. Sánchez Ortega (2024). Generalised nice sets. *ArXiv preprint*, arXiv:2412.11287.

**Agradecimientos.** Proyecto parcialmente financiado por PID2020-118452GB-I00 y PID2023-152673GB-I00.

# Álgebras de Lie cuadráticas: de nilpotentes a mixtas

Pilar Benito

Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja

pilar.benito@unirioja.es

***Resumen.*** De acuerdo con [1], cada algebra de Lie cuadrática no resoluble y no semisimple, en adelante *mixtas*, se puede construir como doble extensión de una resoluble cuadrática. Desde las propiedades y patrones estructurales de las álgebras cuadráticas, ver [2] y referencias incluídas, es posible diseñar técnicas de construcción alternativas a la doble extensión, que permiten obtener resolubles y mixtas cuadráticas con radical nilpotente. En esta charla exploraremos tales construcciones que pueden ser implementadas mediante algoritmos computacionales que hemos alojado en nuestro repositorio GitHub localizado en la url, https://github.com/joroldan/MathematicaLieFunctions. Los resultados aparecen en el preprint [3].

## Referencias

[1] M. Bordemann (1997): Nondegenerate invariant bilinear forms on nonassociative algebras. *Acta Math. Univ. Comenian.(NS)*, 66, vol. 2, 151–201.

[2] J. Roldán-López (2023) *Quadratic Lie algebras: Algorithms and (de) constructions.*, PhD, Universidad de La Rioja.

[3] P. Benito, J. Rández-Ibánez: J. Roldán-López (2025): Computational algorithmsfrom nilpotent to mixed quadratic Lie algebra. Preprint.

**Agradecimientos.** Los resultados de la charla son una colaboración conjunta de Jorge Roldán-López, Javier Rández-Ibáñez y el ponente. Este proyecto está parcialmente financiado por el Proyecto Nacional PID2021-123461NB-C21 y la Comunicad Autónoma de La Rioja (CAR), proyecto Fortalece 23/2023. Los tres coautores son investigadores en ambos proyectos. Javier Rández-Ibáñez es, además, alumno en formación predoctoral financiado por una beca FPI de la CAR-UR.

# Sobre la estructura de las álgebras con bases multiplicativas

A.J. Calderon, S. Bouarroudj, R.M Navarro

Departamento de Matemáticas, Universidad de Cádiz

ajesus.calderon@uca.es

***Resumen.*** Sea el par $(\mathfrak{A}, \mathcal{B})$ donde $\mathfrak{A}$ es un álgebra arbitraria sobre un cuerpo base $\mathbb{F}$, y $\mathcal{B} = \{e_i\}_{i \in I}$ es una base de $\mathfrak{A}$ satisfaciendo la siguiente propiedad: para todo $i, j \in I$ tenemos que $e_i e_j \in \mathbb{F}e_k$ para algún $k \in I$. Vamos a mostrar que $\mathfrak{A}$ descompone como $\mathfrak{A} = \mathfrak{s} \oplus \mathfrak{d}$ donde $\mathfrak{s}$ es un ideal semisimple de $\mathfrak{A}$; y $\mathfrak{d}$ es la suma directa de ideales indescomponibles no-simples de $\mathfrak{A}$. Además, esta descomposición es única.

## Referencias

[1] T. P. Mathew, P. L. Polyakow, G. Russo, J. Wang (1998). Domain decomposition operator solittings for the solution of parabolic. *SIAM J. Sci. Comput.*, 19, 912–932.

[2] N. N. Yanenko (1971) *The method of fractional steps. The solution of problems of mathematical physics in several variables.* Springer.

[3] G. A. Staff, E. M. Rønquist (2005). Stability of the Parareal Algorithm, en T. J. Barth et al., editores, *Domain Decomposition Methods in Science and Engineering*, Lect. Notes Comput. Sci. Eng., vol. 40, Springer-Verlag, 449–456.

# Connecting (maximal) ideals in evolution algebras with (maximal) hereditary subsets of its associated graph

Alicia Tocino, Yolanda Cabrera Casado, Dolores Martín Barquero, Cándido Martín González

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Málaga

alicia.tocino@uma.es

***Resumen.*** In this talk, we introduce a relation including ideals of an evolution algebra $A$ and hereditary subsets of vertices of its associated graph and establish some properties among them. This relation allows us to determine maximal ideals and ideals having the absorption property of an evolution algebra in terms of its associated graph. In particular, the maximal ideals can be determined through maximal hereditary subsets of vertices except for those containing $A^2$.

## Referencias

[1] N. Boudi, Y. Cabrera Casado, M. Kanuni and M. Siles Molina. (2022). Natural families in evolution algebras. *Publicacions Matemàtiques*, 66 (1), 159–181.

[2] Y. Cabrera Casado, M. Kanuni and M. Siles Molina. (2019). Basic ideals in evolution algebras. *Linear Algebra Appl.*, 570, 148–180.

[3] A. Elduque, A. Labra (2015). Evolution algebras and graphs. *J. Algebra Appl.*, 14 (7).

[4] A. Elduque, A. Labra (2015). Evolution algebras, automorphisms, and graphs. *Linear Multilinear Algebra*, 69 (2), 331–342.

**Agradecimientos.** Trabajo en colaboración con Yolanda Cabrera Casado, Dolores Martín Barquero y Cándido Martín González. Proyecto parcialmente financiado por PID2019-104236GB-I00/AEI/10.13039/5011000110 (Ministerio de Ciencia e Innovación) y FQM-336 (Junta de Andalucía).