

Probabilidad de Ruina con Reset Geométrico: Un Enfoque Analítico en Dominios Finitos

JUAN A. VEGA COSO, FRANCISCO JAVIER VILLARROEL RODRÍGUEZ

Instituto Universitario de Física Fundamental y Matemáticas, Universidad de Salamanca

jantovc@usal.es

Resumen. En esta ponencia se estudia el problema de la ruina en un recorrido aleatorio sobre el dominio finito $\{0, 1, \dots, a\}$ con estados absorbentes en 0 (ruina) y a (éxito), y mecanismo de reinicio geométrico. Se analiza rigurosamente la probabilidad de ruina eventual $q_z(\gamma)$ en función del estado inicial z y del parámetro de reset γ , no sólo en el caso simétrico ($p = q = 1/2$).

La solución se obtiene mediante un enfoque espectral basado en las fórmulas de Feller, que permiten descomponer las probabilidades de absorción $u_{z,k}$ y $v_{z,k}$ en modos sinusoidales asociados a los autovalores $\lambda_\nu = \cos(\pi\nu/a)$. Combinando este desarrollo con la teoría de funciones generadoras, se deriva una fórmula cerrada exacta para $q_z(\gamma)$ como cociente de sumas espectrales evaluadas en $s = 1 - \gamma$. Esta expresión unificada recupera correctamente los casos límite sin reset ($\gamma \rightarrow 0$) y reset inmediato ($\gamma \rightarrow 1$), y revela cómo el reset modula la competición entre los modos de ruina y éxito.

Los resultados muestran que incluso tasas bajas de reinicio alteran significativamente la probabilidad de ruina, actuando como un control eficaz sobre el destino del proceso. Este modelo combina herramientas clásicas de probabilidad con técnicas espectrales modernas, ofreciendo una perspectiva profunda sobre sistemas estocásticos con memoria intermitente. El enfoque presentado es numéricamente estable, fácil de implementar y generalizable a otros modelos con estructura discreta.

Palabras clave: Probabilidad de ruina, caminata aleatoria, reset geométrico, análisis espectral, funciones generadoras.

Referencias

- [1] W. Feller (1968) *An Introduction to Probability Theory and Its Applications* (Vol.I,3rd ed) Wiley
- [2] S. Redner (2001) *A Guide to First-Passage Processes*.Cambridge University Press.
- [3] M.R. Evans, S.N. Majundar (2011).Diffusion with stochastic resetting in bounded domains. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 44(43), 435001.
- [4] M. J. Kearney, S.N. Majundar (2007).On the area under a continuous time Brownian motion till its first-passage time.*Journal of Physics A: Mathematical and General*, 39(27), 8457.
- [5] M. Montero, J. Villarroel (2013). Directed random walk with random resetting. *Physical Review E*,87(1), 012116.

Indicar la preferencia (subrayar la opción elegida): póster o charla.

Indicar la preferencia (subrayar la opción elegida): Lunes/Martes o Jueves/Viernes.