

El estudio de la satisfacibilidad de ecuaciones diofánticas en un dominio finito mediante técnicas cuánticas

MIGUEL HERNÁNDEZ CÁCERES

Departamento de matemáticas, Universidad de Oviedo

jmhernandez@uniovi.es

Resumen. En este trabajo presentamos una metodología estructurada en tres algoritmos para determinar la resolubilidad de ecuaciones diofánticas en dominios finitos.

Nuestro enfoque reformula las ecuaciones diofánticas como problemas de optimización binaria polinómica sin restricciones (PUBO) y utiliza el valor mínimo de la función de costo resultante para evaluar su resolubilidad, empleando el Algoritmo Cuántico de Optimización Aproximada (QAOA) [1], bajo cierto ratio de error [3].

Como prueba de concepto, aplicamos el procedimiento a varias ecuaciones Diofánticas, como por ejemplo, la ecuación de Catalan, el número de Hardy–Ramanujan, la ecuación de Erdős–Strauss y la ecuación de Pell, abarcando casos con soluciones conocidas. Adicionalmente estudiamos dos ecuaciones diofánticas, una que se conoce que no tiene solución y otra que aún no se ha demostrado su resolubilidad. Adicionalmente, analizamos la escalabilidad y complejidad del procedimiento al aplicarlo a un sistema de ecuaciones diofánticas cuya irresolubilidad es equivalente a la Hipótesis de Riemann [4, 5, 6, 7].

Palabras clave: Problemas tipo PUBO (HOBO), Ecuaciones Diofánticas, QAOA.

Referencias

- [1] Edward Farhi, Jeffrey Goldstone, and Sam Gutmann. *A quantum approximate optimization algorithm*, 2014.
- [2] E. Farhi, J. Goldstone, S. Gutmann, M. Sipser, Quantum computation by adiabatic evolution, Chemical Physics Letters Volume 219, Issues 5–6, 18 March 1994, Pages 343-348.
- [3] Kostas Blekos, Dean Brand, Andrea Ceschini, Chiao-Hui Chou, Rui-Hao Li, Komal Pandya, Alessandro Summer, A review on Quantum Approximate Optimization Algorithm and its variants. Physics Reports, Volume 1068, 2024. Pages 1-66. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2024.03.002>.
- [4] J.M. Hernández Cáceres, *The Riemann Hypothesis and Diophantine Equations*, Master's Thesis Mathematics, Mathematical Institute, University of Bonn, 2018.
- [5] B. Z. Moroz, *The Riemann hypothesis and the Diophantine equations*, Preprint no. 2018-03 (St. Petersburg Math. Soc., St. Petersburg, 2018) [in Russian].
- [6] Matiyasevich, Y.V. *The Riemann Hypothesis As the Parity of Special Binomial Coefficients*. Dokl. Math. 106 (Suppl 2), S256–S261 (2022). <https://doi.org/10.1134/S1064562422700247>

-
- [7] Moroz, B. Z. and Norkin, A. A. (2020). On a theorem of Matiyasevich. *Mathematical Notes*, **108**(3), 344–355.

Agradecimientos. Este trabajo ha sido parcialmente financiado por la ayuda PID 2021-123461 NB-C22 del Ministerio de Asuntos Económicos y Transformación Digital de España; y por la ayuda MRR-MAETD-24-INCIBE-01 del Instituto Nacional de Ciberseguridad (INCIBE).

Indicar la preferencia (subrayar la opción elegida): póster. (Si no hay espacio disponible para el póster, también puedo ofrecer una charla.)

Indicar la preferencia (subrayar la opción elegida): Jueves/Viernes (Si no hay espacio disponible para el Jueves/Viernes, también puedo Lunes/Martes.).